

CONCEPTIONS OF HONDURAN SECONDARY SCHOOL TEACHERS ON THE NUMBER LINE IN SYMBOLIC MANAGEMENT TASKS

Sharon Samantha Membreño Estrada
Cinvestav - IPN
sharon.membreño@cinvestav.mx

Claudia Margarita Acuña Soto
Cinvestav - IPN
claudiamargarita_as@hotmail.com

The number line is a model that is used to measure, count, order and even operate, which requires a symbolic interpretation. Then, we investigate the conceptions of 72 in service secondary teachers, when they manage the model of the number line associated with order, spatial location and the relative position between numbers and marks. In a workshop carried out through Internet, we found that the participants consider that the usefulness of the model is in the manipulation, and they do not see the need to modify it, despite the requirements of the problem, taking for granted its usefulness and the control that resources could give them, such as the change of the numerical scale. They don't even realize the symbolic properties to interpret the numerability.

Keywords: Number line, Teacher conceptions, Artifact management

The number line can be a model for teaching, it serves for measuring, counting, ordering, or operating. Its several presentations even allow it to be used as a kind of note (Heirdsfield, 2011), where at least there is no need for homogeneous units between consecutive numbers or the properties of a homogeneous representation (Nemirovsky, 2003).

We consider that the model of the number line is more than a metaphor (Doritou & Gray, 2007) because it allows us to approach the numerical properties through a symbolic representation, and its use must consider properties such as the homogeneous representation that gives spatial meaning to the numbers according to their position. As well as to the marks and the intervals between them, these symbolic activities are the basis for numerability.

Therefore, it is desirable that the teacher takes into account that signs are regulated in a way that gives it mathematical meaning, so we investigate the conceptions of Honduran in service secondary school teachers, about their willingness to make changes to the representation according to the needs, as well as to the symbolic treatment considering the order, the spatial location and the relative position of numbers and marks on the number line to development a symbolic treatment in class.

Background

At this time, it has been established the importance of teachers acquiring three types of knowledge to develop their teaching effectively, which requires: 1) Common knowledge of the content; 2) Specialized knowledge of the content; and 3) Knowledge of content and students, as stated by Hill, et al. (2008).

In this research, we will refer to the specialized knowledge of the content, associated with the symbolic interpretation, use and management of the number line in numerability sense where the properties of homogeneity and order are highlighted, that is, the use of a model where the position of the signs are relevant both for their value, as for their relative positions associated with order and inequality to perform model functions for numerability.

The so-called number line is capable for giving body to different arithmetic operations at the basic level we can find it in the work that refers to the relations of numerical inequalities and linear inequalities (Membreño and Acuña, 2021), which requires interpreting the order, relative position and spatial location of numbers and marks since an index to symbols in an intentional way.

In general, teachers use the number line as a pedagogical tool that it is useful to the student, since it gives body with certain relationships, however, they do not always realize that it is also an abstract structure, which is a symbolic model with some restrictions (Doritou & Gray, 2010), that accepts a treatment as a representation of the numbering system and also gives body to the metaphor of numbering (Doritou & Gray, 2007).

From our point of view, although it is true that the number line gives body to the metaphor of numerability, it itself is formed by a series of signs with mathematical properties that are of two types: explicit and implicit, which must be considered for their teaching.

In the case of explicit signs, we have those that will clearly be detected and used for interpretation as in the case of numbers and the marks associated with them, the numbers have numerical value, so they acquire an ordinal position, but they are also the numerical labels for the associated marks, which allows the order of the objects represented. However, there are other implicit signs such as segments that, although relevant to interpretation, often go unnoticed, for example, when they represent the norm of the homogeneous unit of numbering or in the case of representing the solution sets of numerical inequalities and linear inequalities, (Membreño and Acuña, 2021).

Objective

We investigate the conceptions and justifications of the secondary school in service teachers when they are in a position to manage the type of representation of the model of the number line that would be used under changing conditions, which implies accepting a management on the representation, as well as the use of the signs involved in the model either marks or numbers based on the order, the spatial location and relative position of this representation when it is homogeneous.

Theoretical framework

Using models as symbolic tools

The number line is a symbolic representation, made up of signs that must be interpreted mathematically to use it as a model for teaching, which includes detecting the role of implicit and explicit signs as symbolic mediators.

The Theory of Objectification suggests that learning is linked to the use of instruments, signs or artifacts that are not aids to learning, but they are a semiotic media whose presence and use print a distinctive stamp on the constructed, becomes part of it through a semiotic mediation that allows to develop a reflective praxis, which is understood as: "what we know and how we come to know it is circumscribed by ontological positions and processes of meaning production that shape a certain kind of rationality that allows us to pose certain problems" (Radford, 2004, p. 13)

If mathematics is essentially symbolic, it is important to observe the role of the signs that allow individual to mediate knowledge and it is through them that the actions and reflections of this are oriented, so it is suitable to know the conceptions of the teachers who would be guiding their use on the signs about the representation of the number line.

Radford states that " The sign has meaning when it is related to other signs" (Radford 2006b, p. 8), so meaning would be given to the representation when the explicit signs are being related to those implicit on the number line model.

Regarding the treatment of signs, we are interested to know the use made of them either as index or symbols, Pierce (2005) which will be relevant for an adequate symbolic treatment, throughout his teaching activity by the treatment of the number line and in the use of the properties of order and homogeneity.

For the purposes of this research, on the use of signs we have incorporated the restriction of homogeneity, Nemirovsky (2003) in the number line in which the only property of the objects represented is their position in order to investigate the inclination of teachers to modify or not, the spatial conditions of it under changing conditions, as well as its interpretation of the order and spatial location of the numbers and their marks on the signs present in the use of the model.

In the present research, the symbolic management of the line is present when teachers adjust the representation of it, depending on the needs of the problems posed and the semiotic treatment is characterized by recognizing the mathematical norms of order, spatial location and relative position of the numbers and marks represented.

Methodology

About the sample

The present research explored the conceptions of 72 secondary school teachers in service from Honduras, who teach students between 12 and 15 years old, research that was developed through an online workshop as part of the Congress of Educational Mathematics (COME) in Honduras in 2021, aimed at teachers from all over of the country, the open call was freely attended by those interested in the improvement of mathematics teaching in that country.

Method

The workshop was carried out through Zoom supported using the GeoGebra classroom platform, through a questionnaire where teachers could manipulate graphic representations and interact with the researcher either in front of all participants, in a particular and instantaneous way or even leave written comments to have subsequent communication. This was useful to analyze more broadly their opinions and conceptions to management on the model of the number line.

The questionnaire was split into eight tasks associated with the management of the number line to know the conceptions of the teachers in front of tasks that require managing the number line, specifically about order and homogeneity.

In general, graphs of number lines were presented in which the position of relevant marks such as zero was asked, as well as the choice of lines where zero is not in the center and maybe they have chosen a more appropriate numerical representation. We also ask for their opinion about the treatment in class of the relevance of a representation of extreme numbers by its position. In addition, we proposed representations that require considering the relative position of given numbers, according to the available information, both in correct and incorrect cases. The reason for this being that these tasks would show us the conceptions of the teachers and the recurring schemes that their students learn in math classes.

For the analysis of the data, we have considered the choice of certain graphs as a disposition towards management. At the same time, we observe verbal indicators in the use

of the terms: scale, direction and measure that are adequate to manage the representation institutionally leaving aside the symbolic interpretation.

Results and Discussion

In the first task, teachers were presented with a number line and asked to place zero on it, 62.5% placed it in the center, also 11% chose on the left most mark because they were considering only positive numbers, which could reflect their usual practice.

In the second task we asked: *"Of the number lines shown below, which one would you choose to propose to your students if you want to place the numbers 120 and -3 on it? Explain"*

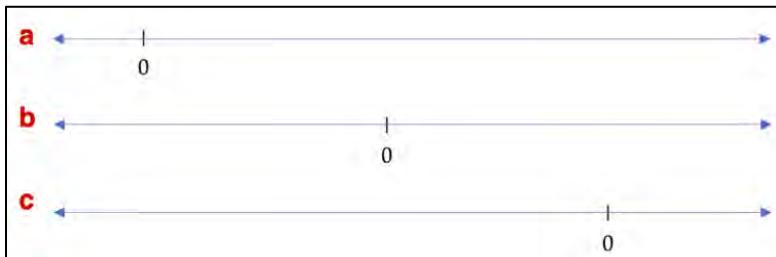


Figure 1: Task 2. Choosing the right line.

In the first part of the question, most of the teachers (59.7%) chose **a**. In the second part, the justifications were: 1) Because there is more space (40%); 2) Scales can be made to locate the points (2%); 3) A larger amount is required for positive numbers than for negative ones (6%) and they did not answer (32%).

Of the 59.7% who chose option **a**, 58.1% that is, 34.7% of the total, justified that there was more "space" or "distance" between the numbers, which makes us see the use and type of favorite number line that is intended to be taught in the class, as well as the type of examples that will be worked mostly are positive.

The third task asked: *"How would you explain to your students that the following number line can be used to place the numbers -200 and 5 on it?"*



Figure 2: Task 3. Explanation of the type of line used.

Teachers who included the terms: scale, space and direction are 45.9%, who, apparently, considered change in representation, showing a form of management over representation that consists of using segments of 20 in 20 units, for example.

With the purpose to deepening the conceptions and justifications of teachers when faced with this type of task, below, we show one of their answers to this case.

P2: I would explain to they that -200 is farther from zero, therefore a larger scale is needed to represent it, on the contrary, 5 is closer to zero, so you don't need much space.

This justification shows us that he was thinking of possibly using a scale on one side of the number line and having less space on the other side.

Other justifications for the choice of this type of line and that are associated with the scale, are the following:

P7: We can make divisions of 5 cm that represent 40 units with which to the left of the zero we would have 5 divisions and to the right side that we should divide it into 8 equal parts, where in the first division we would represent the 5.

P60: This line can be used to locate -200 because it has enough space from the zero point and can be located from 5 to 5, 10 to 10, or 20 to 20 for the negative side, and for the positive side it takes up less space because there are only 5 positives (sic).

Understanding both cases, the scale as a form to adopt the numerability in which it is intended to avoid placing many marks and their respective labels.

On the other hand, 45.8% did not answer, which possibly means that they had not had contact with this situation.

Regarding the order, spatial location, and relative position of numbers on the line, we request in the fourth task: to place the missing numbers in the marks that appear on the next number line.

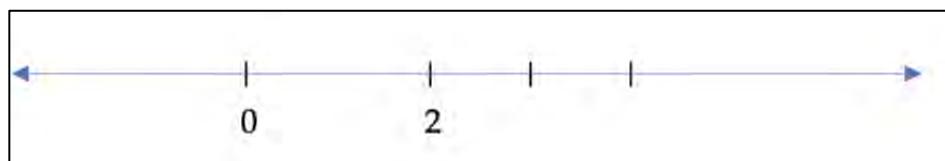


Figure 3: Task 4. Location of missing numbers.

Most teachers properly used the unit segments and correctly located the missing numbers, which would be showing that they went through the process of identifying the magnitude of the unit, only the answers of four teachers showed that they have not considered it, taking the distance from zero to 2 like the unit, hence the error. We also observed that in the treatment of the magnitude in these last answers the Gestalt relationship between background and form was present in the representation and it was not well resolved.

Insisting on the order and interpretation of the space between the numbers, we proposed the next line warning that it is wrong, then we asked to reorder it, as well as the drawing of a suitable number line.

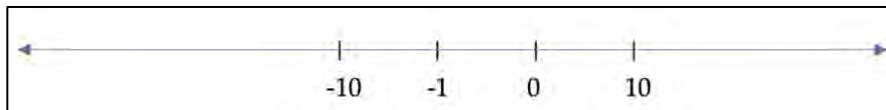


Figure 4: Task 5. Interpretation of the space between numbers.

The results tell us that 40.7% consider the unit segments, 51.4% did not answer the question, while we have 7% of teachers who either do not take distances between numbers or consider that the representation is not incorrect to no consider the relative position of the numbers.

Regarding the use of signs to place numerical values on the number line we asked to place the numbers -5, -3, -1, 4 on the next number line

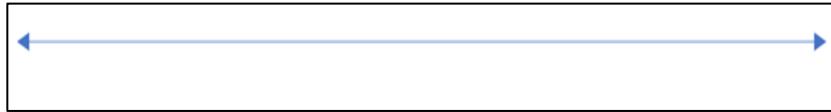


Figure 5: Task 6. Location of numbers.

In this task, the teachers (33%) used small vertical marks or points to place the requested numbers, as well as extra marks that served as a guide for the position taking care that the distance between it was relatively the same, although they were not accompanied by the respective numbers having an approximation that we can call *local position*.

There are also a few (26%) who only place the marks on the requested numbers, visually estimating their position, which suggests that they use a *global position* in this task.

In task 7, that requested to reorder an incorrect representation, from all the teachers who answered, 50% ordered the numbers properly, which shows that the order between them was not a conflict. However, in task 8 the zero was also missing, so the number line had to be rebuilt assigning the necessary space, 37.5% of the teachers resolved correctly, however, 8.3% simply added the mark and number in the middle of 1 and -1 without considering the location and the unit space.

Conclusions

In the development of the tasks, it is important to note that only half of the teachers answered consistently the tasks of the questionnaire shown in GeoGebra, possibly for two reasons: the first may be the need of the management of virtual tools, and the second because they had never faced similar situations in which they had to manage their own representation by their own.

We detected in the results a certain tendency to use some favorite representations such as placing the 0 in the center or the inclination to structures linking to the positive numbers that suggest a dominant presence of their needs to teach in the classroom. These conceptions show us a strong and utilitarian use of the model. In addition to that, when teachers agree to modify the representation, their suggestions are linked to the idea and control by mean of scale that they can rule, that apparently solves the problems of representation and interpretation in their teaching work.

The order is not a problem for them or even adding the missing numbers and the spatial location is respected in cases of need, however, it is not identified as an obligatory condition or as a symbolic need of the number line, but as a convention that must be respected, in certain cases.

The teachers' conceptions of the requirements of symbolic representation are that it is ordered and that the position has a homogeneous basis, but that it can be modified according to the scale used. This suggests that there are modifications to the representation for utilitarian purposes, but the symbolic properties that make it function as a mathematical model are not detected.

References

Doritou, M., & Gray, E. (2009). Teachers' subject knowledge: the number line representation. Paper presented at Sixth Conference of the European society for Research in Mathematics Education (CERME 6). Lyon: France.

Heirdsfield, A. (2011) Teaching mental computation strategies in early mathematics. *YC Young Children*, 66(2), pp. 96-102

Doritou, M., & Gray, E. (2007). The number line as metaphor of the number system: A

case study of a primary school. In D. Pitta-Pantazi, & J. Philippou (Eds.), *Proceedings CERME 5* (pp. 111-120).

Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.

Membreño, S., & Acuña, C. (2021) The number line model as a homogeneous representation space. In D. Olanoff, K. Johnson, & S. Spitzer (Eds.). *Proceedings of the forty-third annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 297 – 301)

Nemirovsky, R. (2003). Three conjectures concerning the relationship between body activity and understanding mathematics. In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J.T. Zilliox (Eds.), Proc. 27th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 103-135). Honolulu, Hawai‘I: PME.

Peirce, C. (2005). El ícono, el índice y el símbolo. Traducción castellana de Sara Barrena. Fuente textual en CP 2.274-308.

Radford, L. (2004). Semiótica cultural y cognición. Conferencia plenaria Décima octava Reunión latinoamericana de Matemática Educativa. Universidad Autónoma de Chiapas.

Radford, L. (2006b). Introducción Semiótica y Educación Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*. Número especial, 7–21.

CONCEPCIONES DE PROFESORES HONDUREÑOS DE SECUNDARIA SOBRE LA RECTA NUMÉRICA EN TAREAS DE GESTIÓN SIMBÓLICA

Sharon Samantha Membreño Estrada
Cinvestav - IPN
sharon.membreño@cinvestav.mx

Claudia Margarita Acuña Soto
Cinvestav - IPN
claudiamargarita_as@hotmail.com

La recta numérica es un modelo que en la enseñanza es usada para medir, contar, ordenar e incluso operar, lo que requiere de una interpretación simbólica, luego indagamos las concepciones de 72 profesores cuando gestionan el modelo de la recta numérica asociada al orden, la ubicación espacial y la posición relativa entre números y marcas. En un taller por internet, encontramos que, los participantes consideran que la utilidad del modelo está en la manipulación y no ven la necesidad de modificarlo, pese a los requisitos del problema, dando por sentado su utilidad y el control que les puede dar recursos como el cambio de la escala numérica. Tampoco se percata de las propiedades simbólicas para la interpretación de la numerabilidad y la operatividad.

Palabras clave: recta numérica, concepciones de profesores, gestión de artefactos

La recta numérica funciona como un modelo para la enseñanza, ya que sirve para medir, contar, ordenar u operar. Sus diversas presentaciones permiten incluso usarla como una especie de apunte (Heirdsfield, 2011), donde, en este último caso no hay necesidad de unidades homogéneas entre números consecutivos ni de las propiedades de una representación homogénea (Nemirovsky, 2003).

Consideramos que el modelo de la recta numérica es más que una metáfora (Doritou & Gray, 2007) porque nos permite abordar las propiedades numéricas mediante una representación simbólica y su uso debe considerar propiedades como la de la representación homogénea que da sentido espacial a los números de acuerdo con su posición, así como a las marcas y a los intervalos entre ellos, estas actividades simbólicas que son la base para la numerabilidad.

Por ello, es deseable que el profesor tenga en cuenta que estos signos están regulados de manera que le dan sentido matemático, por lo que indagamos las concepciones de profesores hondureños de secundaria en activo, sobre su disposición para hacer cambios a la representación según las necesidades, así como al tratamiento simbólico considerando el orden, la ubicación espacial y la posición relativa de números y marcas sobre la recta numérica para desarrollar un tratamiento simbólico en la clase.

Antecedentes

Actualmente, se ha establecido la importancia de que los profesores adquieran tres tipos de conocimientos para desarrollar su docencia con efectividad, lo que requiere de: 1) Conocimiento común del contenido; 2) Conocimiento especializado del contenido; y 3) Conocimiento del contenido y de los estudiantes, tal como lo afirma Hill, Ball, et al. (2008).

En esta investigación nos referiremos al conocimiento especializado del contenido, asociado a la interpretación simbólica, al uso y la gestión de la recta numérica en tareas de numerabilidad donde se destacan las propiedades de la homogeneidad y el orden, esto es, el uso de un modelo donde la posición de los signos es relevante tanto por su valor, como por sus posiciones relativas asociadas al orden y a la desigualdad para desempeñar funciones de

modelo para la numerabilidad.

La llamada recta numérica es susceptible de dar cuerpo a distintas operaciones aritméticas en los niveles básicos, en particular, la podemos encontrar en el trabajo que se refiere a las relaciones de desigualdades numéricas y de las inecuaciones lineales (Membreño y Acuña, 2021), lo cual requiere de interpretar el orden, la posición relativa y la ubicación espacial de números y marcas desde índices a símbolos de una manera intencional.

En general, los profesores usan la recta numérica como una herramienta pedagógica que sirve como ayuda para el estudiante, ya que da cuerpo a ciertas relaciones, sin embargo, no siempre se percata de que también es una estructura abstracta, que es un modelo simbólico con algunas restricciones (Doritou & Gray, 2010), que acepta un tratamiento como representación del sistema numérico y que además da cuerpo a la metáfora de la numeración (Doritou & Gray, 2007).

Desde nuestro punto de vista, si bien es cierto que la recta numérica da cuerpo a la metáfora de la numerabilidad, ella misma está formada por una serie de signos con propiedades matemáticas que son de dos tipos: explícitas e implícitas, las que deben ser consideradas para su enseñanza.

En el caso los signos explícitos tenemos aquellos que claramente serán detectados y utilizados para la interpretación como en el caso de los números y las marcas asociadas a ellos, los números tienen valor numérico por lo que adquieren una posición ordinal, pero también son las etiquetas numéricas para las marcas asociadas, lo que permite el orden de los objetos representados. Sin embargo, hay otros signos implícitos como los segmentos que, aun siendo relevantes para la interpretación, pasan frecuentemente desapercibidos, por ejemplo, cuando representan la norma de la unidad homogénea de la numeración o en el caso de representar los conjuntos solución de desigualdades numéricas e inecuaciones lineales, (Membreño y Acuña, 2021).

Objetivo

Pretendemos investigar las concepciones y las justificaciones del profesor de secundaria cuando está en condiciones de gestionar el tipo de representación del modelo de la recta numérica que se usaría bajo condiciones cambiantes, lo que implica aceptar una gestión sobre la representación, así como el uso de los signos involucrados en el modelo ya sean marcas o números con base en el orden, la ubicación espacial y la posición relativa de esta representación cuando es homogénea.

Marco teórico

Uso de modelos como herramientas simbólicas

La recta numérica es una representación simbólica, formada por signos que deben ser interpretados matemáticamente para usarlo como un modelo para la enseñanza, lo que incluye detectar el papel de los signos implícitos y explícitos como mediadores simbólicos.

La Teoría de la Objetivación sugiere que, el aprendizaje está ligado al uso de instrumentos, signos o artefactos que no son ayudas para el aprendizaje, sino medios semióticos cuya presencia y uso imprimen un sello distintivo sobre lo construido, llega a ser parte de éste a través de una mediación semiótica que permite desarrollar una praxis reflexiva, la cual se entiende como: “(lo) que conocemos y la manera en que llegamos a conocerlo esta circunscrito por posiciones ontológicas y procesos de producción de significados que dan forma a cierta clase de racionalidad que permite plantear ciertos

problemas" (Radford, 2004, p. 13)

Si la matemática es esencialmente simbólica, es importante observar el papel de los signos que permiten al individuo mediar el conocimiento y es a través de ellos que se orientan las acciones y reflexiones de este, por ello es conveniente conocer las concepciones de los profesores que estarían orientando su uso sobre los signos presentes en la representación de la recta numérica.

En particular, Radford afirma que "El signo tiene significado cuando está relacionado con otros signos" (Radford 2006b, p. 8), por lo que se le daría significado a la representación cuando se están relacionando los signos explícitos con los implícitos sobre el modelo de la recta numérica.

Respecto al tratamiento de los signos, nos interesa detectar el uso que se hace de ellos ya sea como índices o símbolos, Pierce (2005) lo que será relevante para un adecuado tratamiento simbólico, a lo largo de su actividad docente, en el tratamiento de la recta numérica y en el uso de las propiedades de orden y homogeneidad.

Para los fines de esta investigación sobre el uso de los signos hemos incorporado la restricción de la homogeneidad, Nemirovsky (2003) de la recta numérica en la que la única propiedad de los objetos representados es su posición con el fin de para indagar la inclinación de los profesores para modificar o no, las condiciones espaciales de la recta numérica bajo condiciones cambiantes, así como de su interpretación del orden y la ubicación espacial de los números y de sus marcas sobre los signos presentes en el uso del modelo.

En la presente investigación, la gestión simbólica de la recta está presente cuando los profesores ajustan la representación de la recta numérica, dependiendo de las necesidades de los problemas planteados y el tratamiento semiótico se caracteriza por reconocer las normas matemáticas de orden, ubicación espacial y posición relativa de los números y marcas representadas.

Metodología

Sobre la muestra

La presente investigación exploró las concepciones de 72 profesores de secundaria de Honduras, que atienden estudiantes de entre 12 y 15 años, investigación que se desarrolló mediante un taller en línea como parte del Congreso de Matemática Educativa (COME) en Honduras en el año 2021, dirigido a profesores de todo el país, la convocatoria abierta fue atendida libremente por los interesados para la mejora de la enseñanza de las matemáticas en dicho país.

Método

El taller se desarrolló vía Zoom apoyado en el uso de la plataforma GeoGebra classroom, a través de un cuestionario donde los profesores podían manipular representaciones gráficas e interactuar con la investigadora ya sea frente a todos los participantes, de manera particular e instantánea o incluso dejar comentarios por escrito para tener comunicación posterior, esto fue útil para analizar más ampliamente sus opiniones y concepciones de su gestión sobre el modelo de la recta numérica.

El cuestionario estaba dividido en ocho tareas asociadas a la gestión de la recta numérica con el fin de conocer las concepciones de los profesores frente a tareas que requieran de gestionar la recta numérica, específicamente sobre el orden y a la homogeneidad.

De manera general, se presentaron gráficas de rectas numéricas en las que se preguntaba por la posición de marcas relevantes como el cero, así como la elección de rectas en donde el cero no está en el centro y puede ser una más adecuada representación numérica. Solicitamos también su opinión sobre el tratamiento en clase de la pertinencia de una representación de números extremos por su posición. Además, les propusimos representaciones que requieren considerar la posición relativa de números dados, según la información disponible, tanto en casos correctos como incorrectos. Debido a que estas tareas nos mostrarían las concepciones de los profesores y los esquemas que aprenden sus estudiantes en las clases de matemáticas.

Para el análisis de los datos, hemos considerado la elección de ciertas gráficas como una disposición hacia la gestión, al mismo tiempo observamos indicadores verbales en el uso de los términos: escala, dirección y medida que son adecuados para gestionar la representación institucionalizada, dejando de lado la interpretación simbólica.

Resultados y Discusión

En la primera tarea, se les presentó a los profesores una recta numérica y se les pidió ubicar al cero en ella, 62.5% lo colocan en el centro, también el 11% eligió en el extremo izquierdo posiblemente porque estaban considerando los números positivos, lo que podría ser reflejo de su práctica usual.

En la segunda tarea pedimos: “*De las rectas numéricas que se muestran abajo ¿Cuál elegiría para proponérsela a sus estudiantes si desea colocar sobre ella los números 120 y -3? Explique*”

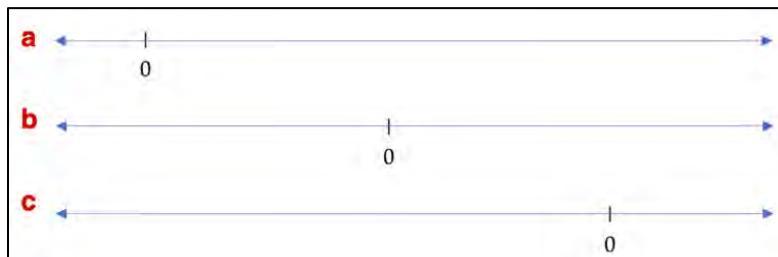


Figura 1: Tarea 2. Elección de la recta adecuada.

En la primera parte de la pregunta la mayoría de los profesores (59.7%) elige **a**. En la segunda, algunas de las justificaciones son: 1) Porque hay mayor espacio (40%); 2) Se puede hacer escalas para ubicar los puntos (2%); 3) Se requiere una cantidad mayor para los números positivos que para los negativos (6) y no contestaron (32%).

Del 59.7% que eligieron la opción **a**, el 58.1% es decir, el 34.7% del total justificaban que había más “espacio” o “distancia” entre los números, lo que nos hace ver que el uso y el tipo de recta favorito están pensadas para impartir la clase, así como el tipo de ejemplos que serán mayormente positivos.

En la tercera tarea se solicita: “*¿Cómo les explicaría a sus alumnos que se puede utilizar la siguiente recta numérica para colocar sobre ella los números -200 y 5?*”



Figura 2: Tarea 3. Explicación del tipo de recta usada.

Los profesores que incluyen los términos: escala, espacio y dirección son el 45.9%, quienes, al parecer, consideran algún tipo de cambio en la representación, mostrando una forma de gestión sobre la representación que consiste en usar segmentos de 20 en 20 unidades, por ejemplo.

Con el fin de profundizar en las concepciones y justificaciones de los profesores cuando se enfrentan a este tipo de tareas, a continuación, mostramos una de sus respuestas para el caso.

P2: Les explicaría que el -200 está más alejado del cero, por lo tanto, se necesita una escala más grande para representarlo, por el contrario, el 5 está más cerca del cero, así que no es necesario mucho espacio.

Justificación que nos muestra que posiblemente está pensando en utilizar una escala en un lado de la recta numérica y en el hecho de contar con menos espacio al otro lado.

Otras justificaciones para la elección de este tipo de recta y que están asociadas con la escala, son las siguientes:

P7: Podemos hacer divisiones de 5 cm que representen 40 unidades con lo cual a la izquierda del cero tendríamos 5 divisiones y a la derecha una sola que deberíamos dividirla en 8 partes iguales donde en la primera división representaríamos el 5.

P60: Esta recta se puede utilizar para ubicar -200 porque tiene el espacio suficiente desde el punto cero y se puede ir ubicando de 5 en 5, de 10 en 10, o de 20 en 20 para los lados negativos, y para los lados positivos ocupa menos espacio porque solo son 5 positivos.

Entendiendo en ambos casos, la escala como una forma de numerabilidad en la que se pretende evitar colocar muchas marcas y su respectiva etiqueta.

Por otro lado, el 45.8% no contestó, lo que posiblemente significa que no habían tenido contacto con esta situación.

Respecto al orden, ubicación espacial y la posición relativa de números sobre la recta, solicitamos en la cuarta tarea: colocar los números faltantes en las marcas que aparecen en la siguiente recta numérica.

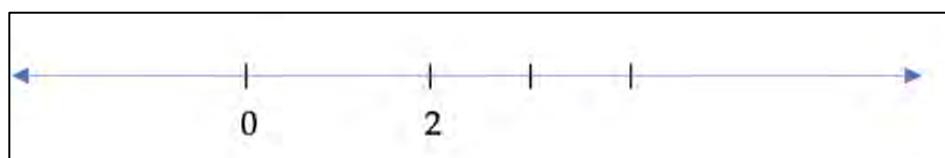


Figura 3: Tarea 4. Ubicación de números faltantes.

La mayoría de los profesores utilizan adecuadamente los segmentos unitarios y ubican correctamente los números faltantes, lo que estaría mostrando que pasan por el proceso de identificación de la magnitud de la unidad, sólo las respuestas de cuatro profesores muestran no haberla considerado, tomando la distancia del cero al 2 la unidad de ahí el error. Observamos también que en el tratamiento de la magnitud en estas últimas respuestas no se resuelve bien la relación Gestalt entre fondo y forma presentes en la representación.

Insistiendo sobre el orden y la interpretación del espacio entre los números, propusimos la siguiente recta advirtiendo que está incorrecta, pedimos reordenarla, así como el dibujo de una recta adecuada.

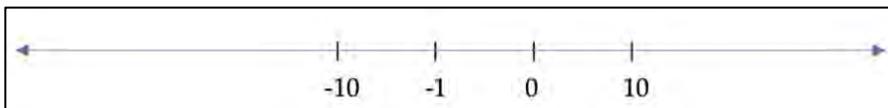


Figura 4: Tarea 5. Interpretación del espacio entre los números.

Los resultados nos dicen que el 40.7% respeta los segmentos unitarios, que el 51,4% no contestan la pregunta, mientras que tenemos 7% de profesores que o bien no respetan distancias entre números o consideran que no la representación no es incorrecta dejando de considerar la posición relativa de los números.

En lo relativo al uso de signos para colocar valores numéricos sobre la recta numérica pedimos colocar los números -5, -3, -1, 4 en la siguiente recta numérica



Figura 5: Tarea 6. Ubicación de números.

En esta tarea, los profesores (33%) usaron pequeñas marcas verticales o puntos para colocar los números solicitados, así como marcas extras que le sirven de guía para la posición cuidando que las distancia entre ella sea relativamente la misma, aunque no estén posición local.

También hay unos pocos (26%) que sólo colocan las marcas sobre los números solicitados, estimando la visualmente su posición, lo que nos sugiere que usan una estimación global en esta tarea.

En la tarea 7 que solicitaba reordenar una representación incorrecta todos los profesores que contestaron (50%) ordenaron adecuadamente lo que muestra que el orden entre ellos no es un conflicto, sin embargo, en la tarea 8 faltaba además el cero, por ello se debía rehacer la recta asignando el espacio necesario, el 37.5% de los profesores resolvió correctamente, sin embargo, el 8.3% simplemente agregó la marca y el número en medio del 1 y el -1 sin considerar la ubicación y el espacio unitario.

Conclusiones

En el desarrollo de las tareas es importante notar que solamente la mitad de la cantidad total de profesores respondió consistentemente las tareas del cuestionario mostrado en GeoGebra, posiblemente por dos razones: la primera se puede deber al manejo de las herramientas virtuales y la segunda, porque nunca se habían enfrentado a situaciones similares en las que tenían que gestionar la propia representación por su cuenta.

Detectamos en los resultados cierta tendencia del uso de algunas representaciones favoritas como la de colocar el 0 en el centro o la inclinación por estructuras ligadas a los positivos que sugieren una presencia dominante de sus necesidades en el salón de clase, estas concepciones muestran un uso fuerte y utilitario del modelo. Además, cuando los profesores aceptan modificar la representación ésta está ligada a la idea y al control que les da la escala que pueden dominar, lo que al parecer resuelve los problemas de representación e interpretación en su labor docente.

El orden no es un problema para ellos o incluso agregar los números faltantes y la ubicación espacial es respetada en los casos de necesidad, sin embargo, no se identifica

como una condición obligada ni como una necesidad simbólica de la recta numérica, sino como una convención que debe ser respetada, en ciertos casos.

Las concepciones de los profesores respecto a los requisitos de la representación simbólica son que esta es ordenada y que la posición tiene una base homogénea, pero que puede ser modificada según la escala que se use. Lo anterior sugiere que hay modificaciones a la representación con fines utilitarios, pero no se detectan las propiedades simbólicas que lo hacen funcionar como un modelo matemático.

Referencias

Doritou, M., & Gray, E. (2009). Teachers' subject knowledge: the number line representation. Paper presented at Sixth Conference of the European society for Research in Mathematics Education (CERME 6). Lyon: France.

Heirdsfield, A. (2011) Teaching mental computation strategies in early mathematics. *YC Young Children*, 66(2), pp. 96-102

Doritou, M., & Gray, E. (2007). The number line as metaphor of the number system: A case study of a primary school. In D. Pitta-Pantazi, & J. Philippou (Eds.), *Proceedings CERME 5* (pp. 111-120).

Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39, 372-400.

Membreño, S., & Acuña, C. (2021) The number line model as a homogeneous representation space. In D. Olanoff, K. Johnson, & S. Spitzer (Eds.). *Proceedings of the forty-third annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (pp. 297 – 301)

Nemirovsky, R. (2003). Three conjectures concerning the relationship between body activity and understanding mathematics. In N.A. Pateman, B.J. Dougherty & J.T. Zilliox (Eds.), *Proc. 27th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 103-135). Honolulu, Hawai'I: PME.

Peirce, C. (2005). El ícono, el índice y el símbolo. Traducción castellana de Sara Barrena. Fuente textual en CP 2.274-308.

Radford, L. (2004). Semiótica cultural y cognición. Conferencia plenaria Décima octava Reunión latinoamericana de Matemática Educativa. Universidad Autónoma de Chiapas.

Radford, L. (2006b). Introducción Semiótica y Educación Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*. Número especial, 7–21.